

De werkelijkheid bij benadering : theorie en praktijk

“As far as the propositions of mathematics refer to reality, they are not certain; and as far as they are certain, they do not refer to reality.”

Wiskunde is een eigenaardige wetenschap. Het is overal, valt in elke discipline mee te nemen en pretendeert een diepere waarheid in de structuur van de werkelijkheid of de natuur aan te wijzen. Het beschrijft het systeem dat ten grondslag ligt aan de wereld waarin wij leven. Bovenstaand citaat, afkomstig van een eminent wetenschapper, lijkt het instinctieve beroep dat wij doen op wiskunde te bestrijden. Dat de werkelijkheid niet zou luisteren naar de wetten van de wiskunde lijkt ons in eerste instantie waanzinnig. Deze wetten zijn immers opgesteld op basis van empirische data. Waarnemingen in de werkelijkheid hebben wetenschappers geleid tot de conclusie dat dingen naar beneden vallen met een bepaalde snelheid en dat bepaalde kwantiteiten goederen opgeteld een nieuwe kwantiteit vormen. Het zijn de waarnemingen in de empirie die de wiskunde op poten gezet hebben. Bovenstaande bewering lijkt dan ridicuul. Maar de vader van dit citaat, Albert Einstein, ging niet over één nacht ijs. Hij omzeilt vaardig de diepere vraag naar de wiskundige structuur van de werkelijkheid die de interviewer hem probeert te ontlokken met de vraag *“How can it be that mathematics, being after all a product of human thought which is independent of experience, is so admirably appropriate to the objects of reality?”*

Wiskunde is samenvatten, voor de situatie irrelevante onderdelen weggooien om de universele werkbaarheid van het systeem te bewerkstelligen. De praktische situatie was ooit het vertrekpunt, heden ten dage dient de praktijk slechts als zeldzame toetssteen van hypothesen. Wiskundige zekerheden zijn niet zelden voorbehouden tot het theoretische vlak, zuiver vanwege de imperfectie van de praktische werkelijkheid. Getallen zijn abstracte reducties van de veelheid van de ons omringende werkelijkheid. Onze manier van aanschouwing ten opzichte van de werkelijkheid is gebrekkig, wij behoeven een raamwerk waarbinnen wij een structuur kunnen aanbrenge in de werkelijkheid, opdat wij deze begrijpen. Het is niet alleen handig om de werkelijkheid te structureren, maar essentieel voor ons zelfbehoud. Daniel Dennett beschrijft in zijn boek *Breaking the Spell: religion as a natural phenomenon* hoe dergelijke dwangmatige structurering leidt tot zinsbegoochelingen als religie. Religie vult lacunes in de wetenschap en sust het menselijk onbegrip. De structuur van de getallen helpen ons bij het aanbrenge van de orde. Getallen zijn inmiddels uitgegroeid tot op zichzelf staande entiteiten, stevig vergroeid met ons werkelijkheidsbesef. Essentieel is het echter wel om in gedachte te houden dat het hier een denkeconomisch systeem betreft waarmee we de werkelijkheid versimpelen, en niet noodzakelijk verklaren. Wiskunde is een instrument om de werkelijk te structureren, niet te begrijpen. Begrijpen zullen we de werkelijkheid niet of uiteindelijk slechts tot op beperkte (theoretische) hoogte. De “onredelijke effectiviteit van wiskunde in de natuurwetenschappen” (Wigner) waar de vragensteller uit paragraaf 1 naar vist, laat zich verklaren door het feit dat de wetenschap haar oorsprong vindt in empirische waarneming en de nieuwsgierige en structurerende geest van de mens. Maar, zo begreep ook Einstein, de wiskunde is uit haar empirische jasje gegroeid en behelst nu complexe theoretische materie, geërfd van generaties wiskundig onderzoek, die voor de gewone mens puur abracadabra is. De *common sense* wiskunde van de alledaagse werkelijkheid is uitgegroeid tot een hogere wiskunde die ruimtevaart en kernfysica betreft, steunend op hypothesen onttrokken aan de empirische werkelijkheid, zoals Plato de ideeën onttrok aan zijn

werkelijkheid, waarover later meer. Het is niet denkbeeldig dat bij dit abstractieproces wat onvolkomenheden de discipline zijn binnen geglipt, resulterend in een theoretische werkelijkheid die mijlen ver af staat van de praktische werkelijkheid.

Het schisma tussen het praktische en het theoretische is mijns inziens een belangrijk onderwerp van gesprek in filosofisch-wetenschappelijk debat. Het kan leiden tot grondige oneffenheden in de moderne wetenschap, riekend naar misleiding op basis van een fout uitgangspunt, of een structuur van hypothesen die zich in de praktijk nog maar bewezen moeten zien. Dit zou moeten leiden tot een wetenschappelijke revolutie, als het bestaande paradigma niet langer houdbaar blijkt, maar dat betekent onherroepelijk vervreemding en misschien wel wetenschappelijke crisis en chaos. De feilbaarheid van de mens komt dan ineens heel dichtbij. In het volgende wil ik onderzoeken waar de feilbare mens zich op baseert bij zijn zoektocht naar de fundamentele waarheid in de wiskunde en hoe die geprojecteerd wordt op de werkelijkheid. Mijn stelling luidt dat de wiskunde een loopje neemt met de werkelijkheid en de mens zich om de praktische tuin laat leiden door theorie. Staan we op de schouders van reuzen of dwergen?

Getal en structuur

Begrijpen kunnen wij als mens alleen als we de door ons verzamelde data in een rasterwerkje kunnen rangschikken, het opslaan en oproepen van informatie in netwerken. Op een gelijkaardige manier schrijf ik nu deze paper: ik zoek naar informatie (boeken), filter het relevante van het irrelevante en ga aan de slag met waar ik iets mee kan (ik lees en probeer te begrijpen om er iets nieuws mee te schrijven). Uiteindelijk heb ik een structuur van natuurlijke taal waarin ik de door mij vergaarde informatie op zo'n manier orden dat er een bepaalde strekking van uitgaat, die ik hopelijk op een efficiënte manier kan communiceren. Dan is mijn opzet een paper te schrijven over een bepaald onderwerp geslaagd. Hetzelfde geldt voor de meer elementaire wijzen van informatie vergaren. De zintuigen absorberen informatie uit de omgeving (*sense data*) en zetten deze om in kennis die past op de praktische omgeving en functioneren vergemakkelijkt. Een fijnzinnig samenspel van zicht, gehoor, tast, reuk en smaak. Deze informatie is amper wiskundig te noemen, maar de berekeningen die ik ermee maak beogen wel een efficiënte en economische wijze van interactie met de deelelementen. Taal is een systeem waarmee we informatie kunnen overdragen en schrift garandeert dat de overdracht een permanent karakter krijgt dan slechts het momentele.

Het documenteren van informatie is waarmee wij in de moderne tijd opgroeien en op basis waarvan onze wetenschappelijke kennis voortschrijdt. We staan met elke generatie op de schouders van de vorige, mits de kennisoverdracht effectief heeft plaatsgevonden. We kunnen niet ontkomen aan de werkelijkheid van voorgaande generatie, die in hermeneutisch contact staat met het heden. De manier waarop het verleden is omgegaan met de destijds beschikbare informatie bepaalt de onze. Dat betekent dat we onszelf, uit praktisch oogpunt, niet kunnen blijven afvragen of de kennis die wij overgedragen krijgen wel accuraat is. Het staan op de schouders van reuzen leunt vooral op het retorische argument van het beroep op de autoriteit. De mate waarin deze autoriteit juist is, blijft onduidelijk als deze niet geverifieerd wordt, zeker als de empirie niet tegenspartelt en de menigte de autoriteit accepteert. Ik stel dat de kennisoverdracht van generatie op generatie de laatste generaties los is gekomen van de empirie en zich voornamelijk is gaan baseren op data die buiten het spectrum van de *common sense* ligt, en daarmee ontoegankelijk is

geworden voor de menigte. De wiskundige autoriteit neemt hiermee een uniek intellectueel monopolie in dat niet meer falsificeerbaar is voor buitenstaanders, waarbij de discipline in een stroomversnelling haar beoefenaars een theoretisch zwart gat insleurt (Schick & Vaughn, 202). Deze beweging blijft zich voortzetten en de kloof tussen het volk en de mathematische intelligentsia groeit exponentieel, zo ook de kloof tussen de praktische wereld en het theoretische domein van de moderne wiskundige, waar aandacht is voor puur theoretische en onbegrijpelijke zaken als oneindigheid. Daar wringt mij specifiek de schoen: wat is dat dan, oneindigheid? Bestaat dat überhaupt? En als het slechts hypothetisch bestaat, wat is dan het nut ervan? Slaat de wiskunde dan niet los van de wereld waarin we leven? Wat is er gebeurd met *common sense*? Betreden we een terrein van *uncommon nonsense* en wat is daarvan de toegevoegde waarde?

Onze onvolkomenheid (en daarmee die van ons wetenschappelijk spectrum) schuilt in de manier waarop we de werkelijkheid ervaren. Immanuel Kant beschrijft dit mijns inziens op de meest aannemelijke manier, namelijk in het verschil tussen de noumenale en de fenomenale wereld – een poging van Kant om het Platoons idealisme met het Humiaans empirisme te verzoenen. De mens, zo stelt Kant, kan niet anders dan waarnemen volgens de 12 categorieën van het verstand, met een voorname rol voor causaliteit en tijd en ruimte (Starmans, 2009). We begrijpen de wereld slechts op zo'n manier en kunnen niet buiten dat kader treden. Per definitie kunnen we de categorieën niet op zichzelf begrijpen, we moeten ermee werken en kunnen ons een wereld zonder niet voorstellen. Dit wekt het sterke vermoeden dat de wereld uit meer bestaat dan wat wij kunnen zien, ervaren en verwerken. Wiskunde, als structuur waarlangs de menselijke waarneming en diens begrip van de omringende wereld geschiedt, kan dan ook slechts gelden voor het menselijk perspectief, niet voor de werkelijkheid *an sich*. Kant noemt het *Ding an Sich* als de kantiaanse tegenhanger van de Platoonse idee: iets wat we niet kunnen zien en niet kunnen kennen, maar wat als geconcretiseerd aftreksel waarneembaar is in de werkelijkheid. Omdat het *Ding an Sich* niet kenbaar is, moeten we het doen met onze waarneming, en dat is de empiristische kant van Kant. Daarnaast stelt Kant dat er bepaalde waarheden bestaan die *synthetisch* zijn (dus door menselijk intellect samengevoegde kenniselementen) en *a priori* (dus zonder verificatie achteraf met zekerheid een waarheid zijn). Zijn voorbeeld is dat van de som. Zonder dat we kunnen verifiëren dat de som van 5 en 7 12 is, kunnen we dat vooraf toch met zekerheid vaststellen. Dat komt niet door het menselijk zintuig voor waarheid, maar door het getallensysteem waar we mee opgroeien. Dit systeem maakt deel uit van de overerving van kennis van in het verleden aangelegde systemen en kennisnetwerken waar we heden ten dage geen vraagtekens meer bij zetten. De waarheid ervan zit verankerd in het gebruik van het systeem, maar dat betekent niet dat het een objectieve waarheid betreft dat 5 en 7 12 is. 5 en 7 zijn alleen 12 omdat wij dat hebben afgesproken en aangeleerd. Dit illustreert een fragment van het systeem waarin we ons nietsvermoedend bevinden, en wat ook ons beperkt in het vrije denken en doen, maar dat is een heel andere discussie die nu niet zozeer ter zake doet. Dat het systeem aangeleerd is en niet *innate* illustreer ik zo direct.

Wetenschappelijke experimenten met de werkelijkheid zullen telkenmale onze vermoedens, gebaseerd op wiskundig *trial and error*, blijven bevestigen, omdat ze neerslaan in de menselijke ervaring. Dat vormt ons voornaamste paradigma. Willen we grotere kennis van de werkelijkheid inwinnen, dan zullen we buiten het paradigma moeten treden, buiten de menselijk ervaring. Op uitzonderlijk kleine en grote schaal, oneindigheid, in

gebieden waar vooralsnog geen mens is geweest of kan geraken, kunnen dan ook slechts hypothetisch redeneren. Hypothesen zijn onderzoeksvragen, geen *faits accomplis*. En toch blijft de moderne wetenschap zich baseren op dergelijke benaderingen van een werkelijkheid, een hypothetische werkelijkheid die zich in menselijk perspectief niet kan manifesteren dan enkel in het voorstellingsvermogen. De wiskunde is dan dus geen wetenschap die de werkelijkheid verklaart of dicteert, het is een beschrijving van hoe wij, als mens, de werkelijkheid ervaren. U zult zich afvragen wat het bezwaar is als wiskunde toch vooral toegepast wordt op mensen. Laat dit vooral een signaal zijn dat we zo nu en dan even terug met onze voeten op aarde moeten, toetsen aan de werkelijkheid, niet aan de theoretische wetenschap. In de woorden van Cornelis Verhoeven: “Als het denken moet zwichten voor de superioriteit van de werkelijkheid, moet dat toch ook betekenen dat zelfs een fragmentje realiteit zwaarder weegt dan een heel bedacht systeem.” (Verhoeven, 66)

Oneindigheid als wassen neus

De Duitse wiskundige Richard Dedekind beschreef het getallensysteem als een door de menselijke geest vrij geschapen systeem dat dient als middel om de verscheidenheid van de dingen te duiden en verwerking ervan te vereenvoudigen (Dedekind, iii). Het getallensysteem doet dus dienst als een simplificator van de werkelijkheid, waarmee *sense data Begriffsfähig* wordt gemaakt om ingevoegd te worden in het menselijke informatieverwerkend systeem. Verder stelt Dedekind dat zonder het getallensysteem en de menselijke eigenschap van het tellen en de veelvoud van de werkelijkheid te onderkennen überhaupt geen denken mogelijk is. Oftewel: dankzij het getallensysteem zijn we tot denken in staat. Het zal het wiskundig chauvinisme zijn dat Dedekind doet verklaren dat zonder wiskundige grondslagen de mensheid niet kan functioneren, want feitelijk is tellen aangeleerd en geen aangeboren menselijke kwaliteit (<http://sender11.typepad.com/sender11/2008/11/one-two-many.html>). Het empirisch bewijs hiervoor is de Braziliaanse stam Pirahã-indianen die niet verder ‘telt’ dan twee en zichzelf toch uitstekend kan redden (<http://itre.cis.upenn.edu/~myl/languagelog/archives/001364.html>).

De veelheid van de werkelijkheid en de verwerking ervan zijn niettemin belangrijk bij het omgaan met de omgeving en het functioneren van de mens. Maar waar gaat deze veelheid over in een oneindigheid, en welk doel dient dit fenomeen? Oneindigheid bestaat niet als een getal. Het gedraagt zich niet als een getal zodat er een optel- of aftreksom van te maken is. Het draagt ook niet bij aan begrip om iets te omschrijven als oneindig. *Au contraire*, het zal enkel meer schuine gezichten opleveren. Oneindigheid is de telos van een eindeloze rij getallen, uitgedrukt in een causaal kader. Het doel van oneindigheid is niet op te houden, wat gezond verstand te boven gaat. In een topologische ruimte is oneindigheid dat wat buiten het afzienbare domein ligt waar de reeksen getallen naartoe werken (*converge to*) (*Answers and explanations*).

Oneindigheid is de naam van het bakje waarin niet begrepen afmetingen gedumpt worden, zoals de reformatorische ‘Godswil’ onbegrepen gebeurtenissen en fenomenen afvangt. Oneindigheid is de inductie van het onafzienbare, en daarmee misschien wel het meest economische denksymbool dat David Hume zich ooit zou hebben kunnen voorstellen. Maar hij zou waarschijnlijk ‘commit it to the flames’ hebben geroepen, daar oneindigheid geen referent in de empirie kent, of zich laat falsificeren, evenmin als God’s wil. In het perspectief van de Pirahã zou het getal 3 al een oneindigheid zijn, aangezien het buiten het

bekende getallensysteem treedt. Causaliteit schrijft voor dat er een begin en een einde is, waarna een nieuwe causale schakel intreedt. Oneindigheid tart die menselijke voorwaarde, begin en/of einde zijn niet waarneembaar, enkel theoretisch aanduidbaar met een lemniscaat. Een oneindigheid die wel begint, bijvoorbeeld bij 0, zou dan half-oneindig zijn, wat eveneens spot met elk begrip van (on)eindigheid. Zodra het menselijk begrip gaat haperen zien de meest fantastische oplossingen het levenslicht, daarvan is de geschiedenis getuige. Ik schaar wiskundige oneindigheid onder die fantasie. Het dient als illustratie van wat we niet begrijpen, maar kan geen deel uitmaken van een werkbare aritmetica.

Maar we hebben het hier over een serieuze discipline, een meta-tak van wetenschap die de kern van de bezigheden van legio wetenschappers beschrijft. Hoe kunnen we het toestaan dat een leeg begrip als oneindigheid haar intrede doet in een vitale wetenschap? Hoe kunnen we ons eigen begrip en onze categorieën van het menselijk verstand laten dicteren wat wel en wat niet deel uitmaakt van de objectieve werkelijkheid? Mijns inziens is dat ongeoorloofd en zou oneindigheid moeten worden vervangen door een term die aanduidt dat wij, als mens, de spanne van wat we intuïtief oneindig noemen niet kunnen overzien. We zien begin noch einde, wat het onwerkbaar maakt in het wiskundig systeem, en toch kon dat ook gelden als basis voor een hele wiskundige zijpoot, namelijk de cardinaliteitsleer van Georg Cantor.

Waan en zin

Cantor zag zichzelf tot waanzin gedreven in de oneindig deelbare ruimtes tussen twee punten. Hij liet zich in de luren leggen door de dichotomie, oneindige deelbaarheid, waar de klassieke Griekse filosoof Zeno Eleates zich al mee bezig hield. Zeno stelde dat, als de dichotomie een praktische waarheid was, beweging een illusie moest zijn (De Strycker, 40). Een beweging voltrekt zich immers over een afstand van A naar B, maar alvorens A – B te hebben afgelegd, moet de helft worden afgelegd, waarvoor weer eerst een kwart van de afstand moet zijn afgelegd. Waar vindt de beweging dan zijn oorsprong? Elk traject of lijnstuk van willekeurige grootte is oneindig deelbaar, wat leidt tot intuïtieve tegenstellingen. Er is geen kleinste eenheid in dichotomie. Oneindigheid ligt dan voor in de mond, maar blijkt niet zo eenduidig als gedacht. Daarom concludeerde Zeno al dat er een verschil was tussen de praktische en de theoretische werkelijkheid. In theorie was oneindigheid een optie, maar in de praktijk leek het atomisme van Democritus – de theorie dat er een kleinste deeltje is – toch aannemelijker (De Strycker, 51). Dit is overigens in recente wetenschap niet het uitgangspunt. Een atoom, nota bene het Griekse woord voor ondeelbaar, laat zich tegenwoordig opdelen in elektronen, protonen en quarks. Zeno concludeerde dat de dichotomie geen praktische equivalent kon hebben, de theoretische mogelijkheid is een uitwas van vogelvrije aritmetica, iets waar Cantor gemakkelijk aan voorbij leek te gaan.

Cantor was gefascineerd door oneindigheid in de dichotomie. Hij dacht dat de oneindigheid op een groot lijnstuk dan wel groter moest zijn dan die op een klein lijnstuk. Alle getallen die deelbaar zijn door 10, wat er oneindig veel zijn, zijn er wel 10 keer zo weinig als alle natuurlijke getallen. Hier loopt iets vast in de menselijke *computability*. Het begrip oneindigheid als afvanger van het niet-begrepene lijkt zelfs niet meer te volstaan. Zijn er dan meerdere oneindigheden? Zou het zelfs zo kunnen zijn dat er oneindig veel oneindigheden bestaan? Dergelijke vragen laten zich niet makkelijk beantwoorden, desalniettemin maakte Cantor een lijvige studie van de vele vormen van oneindigheid die

hij dacht waar te nemen, of waarvan hij vermoedde dat ze scholen in de werkelijkheid. Hij legt zelf de connectie met de eerder genoemde noemer "God's wil": "*The transfinite species are just as much at the disposal of the intentions of the Creator and His absolute boundless will as are the finite numbers.*"

Cantor heeft met zijn studie naar oneindigheid een nieuw theoretisch veld betreden vol fenomenen en theorie waar de gemiddelde mens niets mee kan. Het is het begin van de uitbanning van de *common sense* en de intrede van de *uncommon nonsense* waar de wetenschappelijke autoriteiten zich van bedienen om hun superioriteit ten opzichte van de man in de straat mee te articuleren. Het is mij ook nog steeds een raadsel in welk opzicht Cantor's cardinaliteitsleer iets constructief bijdraagt aan de wetenschap. Het lijkt vooral op wiskundig vertier, los van elke praktische noodzaak. Een luxe-probleem, ingegeven door Cantor's ontluikende manische depressiviteit. Cantor heeft dan ook stevige kritiek moeten wegkauwen van intuïtionisten als Brouwer en Poincaré en Wittgenstein (Wikipedia - http://en.wikipedia.org/wiki/Georg_Cantor).

Structurele rockbottom

Het was Cantor's menselijkheid, zijn honger naar structuur in de werkelijkheid, die hem ertoe brachten om ook dat wat niet telbaar is, wat buiten elk getallensysteem valt, te willen integreren in het universele systeem dat we wiskunde noemen. Enigszins geforceerd zal en moet de werkelijkheid zoals die door de mens ervaren wordt, in alle onvolkomenheid, opgaan in een hoger systeem, met een religieus fanatisme. Jaroslaw Mrozek schrijft in een korte paper over Einstein's quote waarmee ik opende dat de werkelijkheid misschien weleens geweld wordt aangedaan om maar in wiskundige modellen te passen, en dat wiskundige modellen worden aangepast om beter overeen te komen met de resultaten van onderzoek (Mrozek - <http://itis.volta.alessandria.it/episteme/ep6/ep6-mrozek.htm>). Bijvoorbeeld de kort genoemde opdeling van atomen in elektronen, protonen en quarks. Het gedrag van de atoom moet worden verklaard door zijn onderdelen, een groepsgewijze reductie waarmee hypothetische deeltjes verklaarbaar zijn. De congruentie tussen de wereld en de wiskunde is niet perfect, zoals Einstein zelf ook al aangaf. De effectiviteit van wiskunde schuilt in de flexibiliteit van modellen en theorieën, op basis van aangeleverde data. Wiskunde draagt bij aan het *vormen* van de werkelijkheid, op een descriptieve basis. Een atoom is deelbaar in nog kleinere deeltjes omdat experimenten uitwijzen dat er meer is dan het oog ziet. Maar tastbaar bewijs hiervoor moet nog geleverd worden. Dit biedt de onderzoeker een vrijbrief nieuwe theoretische mogelijkheden te opperen. Eens te meer beschrijft het zo een theoretische werkelijkheid die wij, omwille van de werkbaarheid, opnemen in de praktische werkelijkheid. Het gevaar is dus reëel dat we afdrijven van de praktische fundamenten van de wiskunde! Het gaat al lang niet meer over tellen alleen. Wiskunde wordt naar voren geschoven als de universele taal van de kosmos, maar de feilbaarheid van het systeem weerspiegelt de feilbaarheid van de mens.

Honger naar structuur is vooral menselijk. Het helpt de menselijk soort zich te handhaven in zijn omgeving. Paradigma's zijn bijvoorbeeld structuren waarlangs wetenschappelijke kennis zich ontwikkelt. Maar als we blijven hangen in een paradigma zal er ook geen sprongsgewijze voortgang in kennis zijn. Echter, een nieuw paradigma betekent ook een afscheid van een voorheen goed werkend paradigma, en daar zijn wetenschappers zeer terughoudend in. Rudolf Carnap theoretiseert dat de theorie en de waarneming moeten overeenstemmen, op een fenomenalistische basis (Starmans, 2009). Een probleem hiermee

is dat het teveel vrije ruimte overlaat voor subjectieve invulling en daarmee niet overdraagbaar is op andere referentiekaders of universeel werkbaar is in idioom en betekenis. Daarvoor moeten dan weer afspraken gemaakt worden, waarbij onvermijdelijk sprake is van samenvatting en dus algemenering van empirische data. Inzichten moeten intersubjectief zijn en niet teveel ruimte voor vrije interpretatie overlaten, anders draagt het niks bij aan de ontwikkeling van kennis. Er ontbreekt een zuiver objectief fundament. Theoretische werkbaarheid en het raakvlak met de praktijk werken zo tegen elkaar in.

Oude en beproefde mechanismen zoals gezichts- en objectherkenning maken de menselijke soort superieur, boven de talloze organismen die rondrijven en -zwerven over de aardbol. Onder meer hierom is de mens in staat zijn omgeving naar zijn hand te zetten en praktisch nut en kennis te halen uit informatie. Interessant is dat Cantor zich door dit mechanisme liet verleiden om zijn cardinaliteitsleer op te zetten. Een instrument om de praktische werkelijkheid behapbaar te maken zette hij in om een volkomen nieuwe, onontgonnen theoretische werkelijkheid te betreden. Dit kan een aanwijzing zijn voor een verhoogde aanleg tot schizotypie of wanen (Fyfe et al, 1324). Cantor's geestelijke gezondheid in acht nemende is dat niet eens een vreemde gedachte, maar het zet zijn werk in een heel ander daglicht.

Apofenie

Het zien van structuren en patronen waar ze niet zijn, of in ieder geval niet bedoeld zijn, wordt *apofenie* genoemd (Fyfe et al, 1316). Dit fenomeen wordt, zoals gezegd, geholpen door verhoogde aanleg voor schizotypie (een psychische stoornis verwant aan schizofrenie). Apofenie duidt op een overactief patroonherkenningszintuig. In gematigde modus heeft de mens er profijt van, maar als het overuren maakt verandert de wereld in een intentionele samenzwering van patronen die over en weer in elkaar grijpen, een diepe waarheid suggererend, waar de patiënt dan ook naarstig naar op zoek gaat. Een symptoom van apofenie is het zogenoemde *over-mentalizing* (Frith), waarbij een onrechtmatig intellectueel vermogen aan de werkelijkheid wordt toegekend. Dit raakt min of meer direct aan de honger naar verklaringen voor natuurverschijnselen en de zin van het bestaan, zoals dat wordt behandeld in (monotheïstische) godsdiensten. In religie wordt de omringende werkelijkheid ook gezien als een levende of denkende entiteit. Een soortgelijke gedachte moet Cantor ook hebben bezig gehouden, onder de noemer 'systeem': het ontcijferen van oneindigheid als religieuze ervaring.

Dat systeem is echter niet een zelfdenkende entiteit, of een zweem van intellect die de beweging van de werkelijkheid stuurt en monitort, als een *prime mover* en *supervisor*. Het systeem is erin gelegd door onze waarnemingen, onze proeven met de werkelijkheid en de abstracties die wij onttrekken aan de werkelijkheid. Het getal is niet de menselijke interpretatie van een idee, zoals Plato zich dat voorstelde. De idee, als element van een wereld die wij niet kunnen zien maar onze werkelijkheid wel haar vorm geeft, is juist de abstractie die wij maken van het concrete. De theoretische idee van de cirkel bestaat niet in ons hoofd als oervorm voor alle cirkelvorm benaderende objecten in de werkelijkheid, maar als losgeweekte interpretatie van alles dat in onze waarneming een cirkelvorm heeft. Zo bestaat ook oneindigheid niet als een Platoons idee, maar als het etiket voor wat buiten ons gezichtsveld ligt, en wat we ook middels theoretische redentie niet kunnen doorgronden.

Toegegeven, ook in een lineair causaal verband is er een oneindigheid van acties en reacties. Een eindige schakel moet overgaan in een nieuwe eindige schakel, welke beweging in zichzelf weer oneindig moet zijn. Anders zou de eindigheid opgevolgd worden door een oneindig niets. Is een oneindig niets beter voor te stellen of te begrijpen dan een oneindig iets? Hier is een bruggetje te slaan met de omstreden filosofie van Martin Heidegger die niets en iets zag als onlosmakelijke entiteiten – *das Sein und das Nichts* – die bij analyse uiteen zouden vallen en onbegrijpelijk zouden worden (Van Reijen). Merk op dat de ontkenning van de praktische eindigheid onmiddellijk een vervolgeindigheid impliceert, die in aaneenschakeling een oneindigheid van eindigheden oplevert. Op zijn Heideggeriaans kunnen we zeggen dat de oneindigheid uitgaat van een verlies van het uitgangspunt, als diens metafoor van de cirkel. Het hieraan inherente menselijke onbegrip lijkt op een drogreden, maar, zo zegt Kant, wij kunnen in onze gebrekkige intellectuele vermogens dergelijke grootheden simpelweg niet vatten.

De praktische gefragmenteerde oneindigheid, als een keten van eindigheden, laat zich eenvoudiger delen dan een vaste oneindigheid als de telkens kleiner wordende afstanden op een lijn, bij een groeiend aantal punten. In ieder geval hoeven we ons als feilbare menselijke soort niet expliciet met die oneindigheid bezig te houden om te overleven. Doen we dat toch, dan is dat niet omdat de oneindigheid zich aan ons opdringt, maar omdat we die zelf vormgeven met de *sense data* die beschikbaar is.

Ideeën en illusies

Plato was slachtoffer van dezelfde honger naar structuur en orde als Cantor, en in beperkte mate die van elk redelijk denkend mens. Hij onttrok de structuur in de vorm van eigenschappen aan de concrete werkelijkheid waarmee hij zich omringd zag. Kleuren en vormen bestaan niet los van elkaar, en toch dacht Plato dat beide eigenschappen op zichzelf staand ergens in een hogere werkelijkheid moesten rondzweven om in onze waarneming samen te komen in het concrete. In feite werkt het dus andersom, en onttrekt de mens abstracties aan *sense data*. Deze abstracties zijn economische denksymbolen op de Humiaanse wijze: samenvattende begrippen waarmee we de werkelijkheid invullen en begrijpen. Datzelfde geldt voor Cantor's oneindigheid en talloze hypothesen die het wiskundig idioom rijk is. Alles dat bestaat moet een naam hebben, en eenmaal benoemd zijn de onderdelen vrij combineerbaar in de theoretische ruimte, enigszins gelijkend op Wittgensteins ontologische raster van objecten, *Gegenstände* en *Sachverhalten*. Met het voortschrijden van de wetenschap en de kennis raken we echter los van de empirische *prime movers* en hervinden we ons in theoretisch gewauwel.

We geraken steeds meer in hypothesen verstrengeld. De verfrissende nuchtere kijk op de werkelijkheid die Hume hanteerde – “*commit it to the flames*” – is uit de gratie geraakt, want alles is immers mogelijk. Zaken die geen referent hebben in de empirische werkelijkheid zouden moeten worden verbannen uit het wetenschappelijk idioom, omwille van de nuchtere duidelijkheid. Echter, het systeem is vol van theorie die ontstaat bij de gratie van het systeem zelf, de mogelijkheden die het open laat. Dat uit het productieve systeem niet noodzakelijk waarheden voortkomen heeft Kurt Gödel reeds aangetoond met zijn onvolledigheidsstelling (Hofstadter, 18-22). Ik zal niet in de details treden – onder meer omdat ik het zelf niet volledig begrijp, Douglas Hofstadter's inspanningen ten spijt – maar Gödel heeft het systeem over zichzelf laten spreken en bewezen dat het niet zijn eigen waarheden kan bewijzen. Het is onvolledig in de zin dat het zichzelf niet kan beoordelen,

het idioom is ontoereikend. Dit systeem dient niettemin als grondslag voor moderne wetenschap en, erger, het scheidt nieuwe subsystemen, mede dankzij het creatieve doch enigszins verstoorde genie van een Georg Cantor of een Ludwig Boltzmann.

In het kader van getergde genieën is het misschien ook interessant om Friedrich Nietzsche te noemen, die de laatste elf jaren van zijn leven waanzinnig doorbracht. Hoewel Nietzsche zich niet bezighield met wiskunde, zocht hij wel naar waarheden in het systeem van morele en religieuze aard. De zoektocht naar waarheid en de pogingen het systeem te onthullen en de grotere samenhang bloot te leggen lijkt een hachelijke onderneming. Hoe langer ik nadenk over de eventuele misvattingen in wetenschap en religie, hoe minder troostrijk het academisch landschap lijkt te worden. Hoe pluriformer de waarheid lijkt te worden, hoe kleiner de kans ooit een werkelijke waarheid te vinden. De onontkoombare conclusie dringt zich op: er is niet 1 waarheid. Er zijn slechts perspectieven.

Literatuur

- Beth, Evert W. De wijsbegeert der wiskunde van Parmenides tot Bolzano. Nijmegen: Dekker & Van de Vegt, 1944.
- Biederman, Irving and Peter Kalocsai. "Neurocomputational bases of object and face recognition." Philosophical Transactions: Biological Sciences 352 (1997): 1210-1219.
- Dedekind, Richard. Was sind und was sollen die Zahlen? Und: Stetigkeit und Irrationale Zahlen, Studienausgabe. 2e druk, Braunschweig: Vieweg & Sohn, 1969.
- Frith, C.D. Schizophrenia and theory of mind. Psychological Medicine 34 (2004): 385-389.
- Fyfe, Sophie, Claire Williams, Oliver J. Mason and Graham J. Pickup. "Apophenia, theory of mind and schizotypy: Perceiving meaning and intentionality in randomness." Cortex 44 (2008): 1316-1325.
- Hofstadter, Douglas. Gödel, Escher, Bach: een Eeuwige Gouden Band. 5e druk, Amsterdam: Contact, 1988.
- Ladyman, James. Understanding Philosophy of Science. London: Routledge, 2008.
- Reijen, Willem van. "Wat moeten wij van Heidegger denken?" Lezing. Universiteit Utrecht. Kanunnikenzaal, Academiegebouw, Utrecht. 7 mei 2009.
- Schick, Theodore Jr. and Lewis Vaughn. How to think about weird things: Critical thinking for a new age. London: Mayfield, 1995.
- Starmans, R. J. C. M. "Filosofie van de empirische wetenschappen, college 4: Logisch positivisme." Hoorcollege. Universiteit Utrecht. Buys Ballot Laboratorium, Utrecht. 28 Mei 2009.
- Strycker, E. de. Beknopte geschiedenis van de antieke filosofie. Kapellen: De Nederlandsche Boekhandel, 1980.
- University of Toronto, Mathematics Network. Answers and Explanations. <http://www.math.toronto.edu/mathnet/answers/> September 1999.
- Verhoeven, Cornelis. De ogen van Plato: een essay over de grenzen van de schijn. Amsterdam: Boom, 2000.
- Wigner, Eugene. "The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in Natural Sciences." Communication in Pure and Applied Mathematics 13 (1960).
<http://www.dartmouth.edu/~matc/MathDrama/reading/Wigner.html>